

Санкт-Петербургский государственный университет

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Решение задач повышенной сложности по математике
The Solving of Difficult Mathematical Tasks

Язык(и) обучения

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: **4**

Регистрационный номер рабочей программы: **052978**

Раздел 1. Характеристики учебных занятий

1.1. Цели и задачи учебных занятий

Целью курса является решение сложных нетривиальных задач по математике, углубление и систематизация практических и теоретических знаний и навыков, обучающихся в рамках школьной дисциплины «Математика» для подготовки к олимпиадам по математике. Полученные углубленные знания позволят сформировать у обучающихся представления о задачах и проблемах современной математики.

1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)

Предполагается, что обучаемые владеют материалом указанной учебной дисциплины в соответствии со ФГОС среднего (полного) общего образования на базовом (профильном) уровне.

1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)

- повышение уровня культуры в сфере математики;
- увеличение объема теоретических знаний в области математики, умений их применения при решении практических задач;
- приобретение навыков и опыта в решении задач повышенной сложности по математике;

1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий

Практические занятия. Обсуждение и обоснование возможных решений предлагаемых задач по теме занятия, поиск оптимального решения задач.

Индивидуальные задания. В зависимости от уровня подготовки слушателя и степени усвоения материала самостоятельное решение мини-кейса задания с детальным разбором полученного решения.

Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

2.1. Организация учебных занятий

2.1.1 Основной курс.

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																		
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Контактная работа обучающихся с преподавателем											Самостоятельная работа				форм учебных занятий	Трудоёмкость	
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	итоговая аттестация	под руководством преподавателя	в присутствии преподавателя	сам. раб. с использованием методических материалов	текущий контроль (сам.раб.)	промежуточная аттестация (сам.раб.)			итоговая аттестация (сам.раб.)
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ																		
Форма обучения: очная																		
	13			63		5				3			60				0	4
	5-25			5-25		5-25				5-25			1-1					
ИТОГО	13			63		5				3			60					4

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации			
Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	Формы текущего контроля успеваемости	Виды промежуточной аттестации	Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)
ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ			
Форма обучения очная			
	Контрольные работы		Зачет (28 неделя)

2.2. Структура и содержание учебных занятий. Математика.

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
1	Модуль 1. Алгебра.	лекции	7
		практические занятия	50
		контрольные работы	3
		самостоятельная работа с использованием методических материалов	30
2	Модуль 2. Геометрия.	лекции	4
		практические занятия	9
		контрольные работы	1
		самостоятельная работа с использованием методических материалов	20
3	Модуль 3. Элементы комбинаторики и теории вероятностей.	лекции	2
		практические занятия	4
		контрольные работы	1
		самостоятельная работа с использованием методических материалов	10
4	Итоговая аттестация: выпускная	Итоговая аттестация (аудиторная)	3

Модуль 1. Алгебраические уравнения и неравенства.

Тождественные преобразования алгебраических, логарифмических и тригонометрических и обратных тригонометрических выражений: основные и дополнительные формулы, вывод полезных соотношений. Тождественные преобразования числовых выражений, исследование их рациональности-иррациональности, числовые равенства и неравенства, задачи на сравнение чисел. Основные факты теории многочленов: отыскание корней и их кратность, метод неопределенных коэффициентов, теорема Безу, схема Горнера, теорема Виста для многочлена степени n . Поиск общих корней двух многочленов, задачи с параметрами. Методы решения уравнений и неравенств: равносильные переходы (список переходов); переходы к следствиям и необходимость проверки найденных решений; преобразования уравнений, влекущие потерю корней (список "запрещенных" формул). Области определения и возможных решений выражений. Использование свойств четности-нечетности, периодичности, монотонности и выпуклости входящих в уравнение функций для решения нестандартных задач олимпиад. Решение алгебраических, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений введением замен (в частности, тригонометрические подстановки). Решение неравенств методом интервалов. Системы алгебраических уравнений: стандартные и нестандартные методы решения. Иррациональные уравнения, неравенства и их системы. Показательные уравнения и неравенства и их системы. Логарифмические уравнения и неравенства и их системы. Тригонометрические уравнения, неравенства и их системы. Обратные тригонометрические функции, уравнения и неравенства с ними. Уравнения, неравенства и их системы, содержащие знак модуля. Графики функций: линейные и нелинейные преобразования графиков. Построение графиков функций элементарными и неэлементарными средствами. Графики функций, содержащих знак абсолютной величины. Применение графиков к решению уравнений, неравенств и их систем. Множества точек на плоскости, заданных уравнениями, неравенствами и их системами. Построение плоских множеств. Решение задач с параметрами графическими способами. Уравнения, неравенства и их системы, содержащие параметры. Прогрессии: методы решения стандартных задач, задачи с параметрами, разбор нестандартных задач.

Модуль 2. Геометрия.

Треугольники (правильный, равнобедренный, прямоугольный, тупоугольный): основные и дополнительные планиметрические факты. Четырехугольники (параллелограммы, трапеции, произвольный четырехугольник). Окружности, вписанные и описанные окружности, системы окружностей. Пирамиды и призмы: основные и дополнительные стереометрические факты. Цилиндр, конус и шар. Шары, вписанные и описанные шары, системы шаров. Методы решения геометрических задач: геометрический, аналитический, векторный и координатный методы, их применение к решению олимпиадных задач. Разбор задач олимпиад прошлых лет, анализ типичных ошибок абитуриентов.

Модуль 3. Элементы комбинаторики и теории вероятностей.

Размещения. Сочетания. Перестановки. Бином Ньютона. Пространство элементарных событий. Вероятность события. Вычисление вероятностей событий с помощью формул комбинаторики. Сложные события (суммы и произведения событий). Вычисление вероятностей сложных событий (формулы сложения вероятностей несовместных событий и умножения вероятностей независимых событий).

Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

3.1. Методическое обеспечение

3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины

Проведение практических занятий по программе курса проводятся в аудиторных классах. Слушателям предлагаются методические материалы в электронном виде (файл учебно-методического пособия). Материалы содержат рекомендации по решению задач и примеры олимпиадных задач прошлых лет.

3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы

Для самостоятельной работы обучающиеся могут воспользоваться указанными в предыдущем разделе методическими материалами, а так же учебными пособиями, указанными в списке дополнительной литературы. Примерный перечень заданий для самостоятельной работы размещен в разделе 3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства).

3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания

На практических занятиях проводится обсуждение материалов предшествующего занятия. Затрачиваемое время – 10 минут. По завершении каждого модуля проводятся контрольные работы(мини-кейсы), включающие пройденный материал. Мини-кейсы оцениваются по системе зачет/незачет по итогам курса. Преподаватель ведет учет выполнения задания слушателями, информируя его о результатах оценки, дает рекомендации по устранению ошибок. Время, затрачиваемое на проведение одной контрольной работы (мини кейса), составляет 4 академических часа. Мини-кейс оцениваются по системе зачет/незачет. Зачет ставится при выполнении задания на 70%. Результаты выполнения мини-кейсов обсуждаются в группе и обосновывается наилучшее решение. По окончании курса проводится итоговый письменный зачет (выпускная контрольная работа), оцениваемый по стобалльной шкале.

Для получения зачета необходимо набрать 30 баллов.

3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)

Примеры задач по математике:

1. Система навигации самолёта информирует пассажира о том, что полёт проходит на высоте 35 000 футов. Выразите высоту полёта в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

2. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,94. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

3. Найдите корень уравнения $\log_8(5x+47)=3$.

4. Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 10. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.

5. Точка O — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC , I — центр вписанной в него окружности, H — точка пересечения высот. Известно, что $\angle BAC = \angle OBC + \angle OCB$. а) Докажите, что точка H лежит на окружности, описанной около треугольника BOC . б) Найдите угол OHI , если $\angle ABC = \angle 40^\circ$

6. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на 1 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 10 млн рублей.

7. Первая труба наполняет резервуар на 48 минут дольше, чем вторая. Обе трубы, работая одновременно, наполняют этот же резервуар за 45 минут. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

8. Найдите точку минимума функции $y = (1 - 2x)\cos x + 2\sin x + 7$, принадлежащую промежутку $(0, \pi)$.

3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

Не предусмотрено

3.2. Кадровое обеспечение

3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий

К проведению, привлекаются преподаватели, имеющие учёную степень кандидата наук (в том числе степень Ph.D., прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или учёное звание профессора или доцента, имеющие значительный опыт практической работы, а также научные сотрудники и преподаватели без ученой степени, и аспиранты.

3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом

Не предусмотрено

3.3. Материально-техническое обеспечение

3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий

Предоставление 2-х аудиторных классов на 25 посадочных мест с проектором, компьютером и экраном для показа слайдов и демонстраций модельных экспериментов. Один из аудиторных классов для городского потока обучающихся (г. СПб, Средний пр. д.41/43), второй для петергофского потока обучающихся (г. Петергоф, ул. Ульяновская д.3.)

3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования

Проектор, компьютер, экран для демонстрации слайдов для показа слайдов и демонстраций модельных экспериментов.

3.3.3 Характеристики специализированного оборудования

Специализированного оборудования не требуется.

3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения

Специализированного программного обеспечения не требуется.

3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов

Расходных материалов не требуется.

3.4. Информационное обеспечение

3.4.1 Список обязательной литературы

Не предусмотрен.

3.4.2 Список дополнительной литературы

1. Олимпиады математико-механического факультета для абитуриентов. СПбГУ, 2006, 107 с.
2. Д.Д. Гушин. Материалы математических олимпиад физического факультета Санкт-Петербургского государственного университета. Стетоскоп, 2008, 64 с.
3. Т.А. Корешкова, В.В. Мирошин, Н.В. Шевелева. ЕГЭ 2009. Математика. Тренировочные задания. М., 2009, 80 с.
4. А. Л. Громов, А. И. Храбров. Задачи олимпиады школьников СПбГУ по математике 2013 года. СПб.: Изд-во ВВМ, С.-Петербург. ун-т, 2013. // Пособие содержит материалы заданий отборочного и заключительного этапов Олимпиады 2012–2013 учебного года.
5. А. Л. Громов, А. И. Храбров. Задачи олимпиады школьников СПбГУ по математике 2013 года. СПб.: Изд-во ВВМ, С.-Петербург. ун-т, 2013. // Пособие содержит материалы заданий отборочного и заключительного этапов Олимпиады 2012–2013 учебного года.
6. А. В. Дементьев, Т. О. Евдокимова, К. А. Сухов, М. В. Яшина. Избранные задачи отборочного этапа олимпиады школьников СПбГУ по математике. СПб.: Изд-во ВВМ, С.-Петербург. ун-т, 2014. // Пособие содержит материалы заданий отборочных этапов Олимпиады 2012/13 и 2013/14 учебных годов.

3.4.3 Перечень иных информационных источников

1. В. Серпинский. 250 задач по элементарной теории чисел. М., Просвещение, 1968.
<http://ilib.mccme.ru/djvu/serp-250-tch.htm>
2. Е. Б. Дынкин, С. А. Молчанов, А. Л. Розенталь. Математические соревнования (арифметика и алгебра). М.: Наука, 1970.
http://ilib.mccme.ru/djvu/zaochnd3_70.djvu
3. М. И. Башмаков, Б. М. Беккер, В. М. Гольховой. Задачи по математике. Алгебра и анализ. М.: Наука, 1982.
<http://ilib.mccme.ru/djvu/bib-kvant/kvant22.htm>
4. Д. О. Шклярский, Н. Н. Ченцов, И. М. Яглом. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Арифметика и алгебра. М., Наука, 1976 или М., Физ-матлит, 2001. <http://ilib.mccme.ru/djvu/bib-mat-kr/shk-1.htm>
5. Решу ЕГЭ Математика <https://ege.sdangia.ru/>

4. Разработчики программы

1. Чирцов Александр Сергеевич

д.т.н., проф., alex_chirtsov@mail.ru, +7(812)428-72-00

2. Кузнецов Владимир Георгиевич,

научный сотрудник СПбГУ, kuzvol@mail.ru, +7 (812)428-45-52,

3. Петровская Анна Станиславовна

к.ф.-м.н., вед. специалист СПбГУ, anita3425@yandex.ru, +7(812)428-44-05.